

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 27720080150477

UDC_____

厦门大学

博 士 学 位 论 文

基于三因素仿射过程的利率区间息票研究

Theories of Range Accrual Notes Pricing under Three-factor
Affine Processes

李 少 育

指导教师姓名: 洪永淼、郑挺国、方颖

专 业 名 称: 金 融 学

论文提交日期: 2012 年 5 月

论文答辩时间: 2012 年 5 月

学位授予日期: 2012 年 5 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2012 年 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1.经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2.不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

摘要

进入21世纪，世界金融市场处于不断扩张阶段。市场上投资者偏好出现多元化的倾向，风险与收益的取舍不再只是同消同涨的情况。为了迎合各种投资需求，结构息票产品不断推陈出新。部分投资机构和富有的投资者倾向于采取保守的投资策略。在低利率的环境下，他们追求低损失风险下的高收益，偏好一些能够保本，甚至能够规避汇率风险的，又有可能获得超额收益的结构息票，比如利率区间息票。利率区间息票主要包括固定利率区间息票、浮动利率区间息票和“筐投”浮动利率区间息票。

利率区间息票是在柜台完成交易，流动性较差，在现实市场上很难观察到统一的价格走势，从而无法利用连续数据为这类产品的设计提供参考。因此，理论定价模型就成为产品设计的重要参考。这类产品的实际价值受到其标的物价值波动的影响，而标的物的价值动态又取决于潜在短期利率过程。短期利率的波动会对购买者和发行者产生一定的风险。因而，研究这类衍生品的价值与短期利率过程的关系并分析相应的对冲策略成为本文面对的主要理论问题。

针对这个问题，本文应用仿射跳跃利率期限结构模型，并结合仿射跳跃状态向量模型，分别对利率区间息票的利息和本金现金流进行延迟定价，导出关于状态向量的息票延迟价值解析式。在此基础上，本文借鉴了风险对冲方法，利用无息债券做为对冲产品，导出关于状态向量的对冲策略。最后，引入具有跳跃、随机波动和随机均值特征的三因素短期利率模型及其衍生出来的四因素模型作为仿射跳跃状态向量模型中的基准模型，对模型设定风险和参数不确定风险进行敏感性数值分析。

本文的数值分析显示，模型设定中的跳跃成份和随机均值过程在分析利率区息票价值和对冲策略时发挥着重要作用。本文利用三因素状态向量模型及衍生的四因素状态向量模型，不仅能够识别跳跃风险、随机波动风险和随机均值风险及隐藏在这些风险特征背后的经济因素，还识别了地区因素参数和共同因素参数变动所引致的风险并分析了它们背后的经济因素。研究发现，在这些风险来源中，随机波动风险和随机均值风险在浮动利率区间息票的定价和对冲过程中发挥着主要的影响作用，地区影响力参数及共同因素参数在“筐投”浮动利率区间息票的定价和对冲的影响中占据主要的地位。以上的结果说明了三因素模型及衍生的四因素模型在利率区间息票定价过程中的重要性。

关键词：仿射跳跃状态向量模型，仿射跳跃利率期限结构模型，短期利率，跳跃，随机波动，随机均值，地区因素，共同因素

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

Global financial markets is undergoing expanding process at the beginning of the 21st century. Investment preference becomes multiple, which does not necessarily require the balance between risk and return. Structure note contracts are designated to cater to multiple investment demands. Many investment institutions and rich investors tend to adopt conservative investment strategy. In the low interest rate environment, they search for low risk of loss with higher return. They prefer some structure notes, like range accrual notes (RANs). The products of range accrual notes include fixed range accrual notes (FiRAN), floating range accrual notes (FiRAN), and a quanto floating range accrual notes (QFiRAN). These structure notes guarantee the principal or even avoid exchange rate risk, at the same time, keep the possibility to gain excessive return.

RANs is a kind of Over-the-Counter Market (OTC) derivative, it has low liquidity and leads to discrete time series data on prices and trading volume. Therefore, issuers have no access to use these data to help the design of such contracts. In this way, theoretical pricing becomes the basis for the design of these contracts. Range accrual notes (RANs)' theoretical value is affected by the fluctuating value of the reference product, which depends on the underlying dynamic process of the short-term interest rate. The fluctuation of short-term interest rate induces various sources of risk towards investors and issuers. The investigation on the relationship between the value and hedge strategy of range accrual notes and short-term interest rate dynamics turns to be the main theoretical problem that we intend to deal with.

This thesis combines affine jump term structure model with affine jump state vector model to price the coupons and principal of RANs, and deduces the delayed value of RANs, which is a reduced function of state vector. Using the analytical formulae of RANs and zero coupon bond (ZCB), this thesis also borrows the delta hedge method and ZCBs to deduce the hedge ratios, which is also a reduced function of state vector. Finally, a three-factor short-term interest rate model with jump, stochastic volatility and stochastic mean and relevant four-factor model are taken as the benchmark of the affine jump state vector model in pricing and hedging RANs, and subsequently, a sensitivity analysis on the risks of model specification and parameters uncertainty is also carried out.

The numerical result in this thesis shows that the specification of jump component and stochastic mean process play important roles on pricing and hedging RANs. In this analysis, the risks of jump, stochastic volatility and stochastic mean as well as their economic backgrounds are identified, and the risks of local factors and common factors as well as their economic backgrounds are identified too. The sensitivity analysis find that, the risks of

stochastic volatility and stochastic mean play the main role on affecting the price and hedge strategy of a FIRAN, and the risks from varying local magnitude parameter and common factor parameters take up the main part reason on affecting the value and hedge strategy of a QFIRAN. It concludes that three-factor model and relevant four-factor model are important in pricing RANs.

Key Words: affine jump state vector model, affine jump term structure model, short-term interest rate, jump, stochastic volatility, stochastic mean, local factor, common factor

目 录

摘要	I
Abstract	III
第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目标和意义	3
1.3 研究现状及本文的创新点	5
1.4 研究架构	8
第二章 仿射状态向量模型	9
2.1 仿射状态向量模型的设定	9
2.2 单因素仿射状态向量模型	9
2.3 多因素仿射状态向量模型	10
2.4 仿射状态向量模型的实证特征	15
2.5 本章小结	15
第三章 仿射跳跃利率期限结构模型	17
3.1 仿射利率期限结构模型	17
3.2 仿射跳跃利率期限结构模型	18
3.3 本章小结	24

第四章 固定利率区间息票和浮动利率区间息票的定价和对冲.....	25
4.1 固定利率区间息票和浮动利率区间息票的模型框架	26
4.2 一个可识别随机均值、随机波动和跳跃特征的三因素模型	33
4.3 利率区间息票和浮动利率区间息票的对冲策略	36
4.4 校准和敏感性分析.....	37
4.5 本章小结	45
第五章 “筐投”浮动利率区间息票的定价和对冲	47
5.1 “筐投”浮动利率区间息票的模型框架	47
5.2 一个可识别随机均值、随机波动和跳跃特征及共同因素和地区因素的四因素模型	53
5.3 “筐投”浮动利率区间息票的对冲策略	58
5.4 校准和敏感性分析.....	60
5.5 本章小结	67
第六章 结论与展望	69
6.1 工作总结	69
6.2 研究展望	70
参考文献	73
附录 A	78
A.1 定理4.1 的证明	78
A.2 定理4.2 的证明	79

A.3 定理4.3 的证明	79
A.4 定理4.4 的证明	82
A.5 固定利率区间息票的解析解.....	83
A.6 浮动利率区间息票的解析解.....	84
附录 B	86
B.1 拖延浮动利率区间息票.....	86
B.2 定理B.1 的证明	87
B.3 拖延浮动利率区间息票的定价	88
附录 C	90
C.1 定义参数矩阵的仿射结构及常微分方程组的参数矩阵(ODEs).....	90
C.2 在 $\tilde{\mathbb{P}}$ 下解常微分方程组.....	90
附录 D	98
D.1 定理3.1 的证明	98
D.2 定理5.1 的证明	103
D.3 定理5.2 的证明	104
D.4 定理5.3 的证明	105
D.5 定理5.4 的证明	107
D.6 “筐投”浮动利率区间息票的解析解.....	108
附录 E	111
E.1 定义参数矩阵的仿射结构及常微分方程组的参数矩阵	111

E.2 在 $\tilde{\mathbb{P}}$ 下解常微分方程组.....	111
E.3 在 $\hat{\mathbb{P}}$ 下解常微分方程组.....	117
文章列表.....	119
致谢	120

第一章 绪论

1.1 研究背景

金融产品主要分为两大类，一类产品能够保本，但只能获得基本的市场收益，如国债产品；还有一类产品使投资面临着很大的风险，但可能有较高的超额收益，比如股票、期权或者期货。这两类产品的收益和风险结构迎合了不同类型投资者的需求。然而，在特定环境下，一部分投资机构和富有的个人却希望在投资成本保证回收的前提下获得较高的收益。

从2000年开始，国际上主要国家的利率持续走低，使得定存所带来的利息收入相当的微薄。投资者希望可以找到更高收益的投资产品，又担心合约的不履行而导致本金出现损失或无法回收的风险。因此，结构息票(structure notes)产品大受投资者欢迎。因为这类衍生品的投资收益率有可能随着标的的走势而比定存高得多。许多发行商为了吸引这类保守的投资者，将结构息票设计成保本的收益形态，保证投资者能够完全收回本金。同时，为了应付一些投资者对国外利率衍生品的需求又害怕国外的汇率风险，许多发行商在原来保本的基础上以先确定好的汇率把现金流转换成本币来支付收益，这类结构息票又称为“筐投”(Quanto)。根据美国证券监督委员会的定义，证券的现金流特征取决于一个或多个标的物，或者证券内隐含有远期或期权，或投资者的收益对潜在资产、标的物、利率或现金流敏感的证券，可以统称为结构息票。为了了解结构息票市场的趋势，先从衍生品市场开始分析。

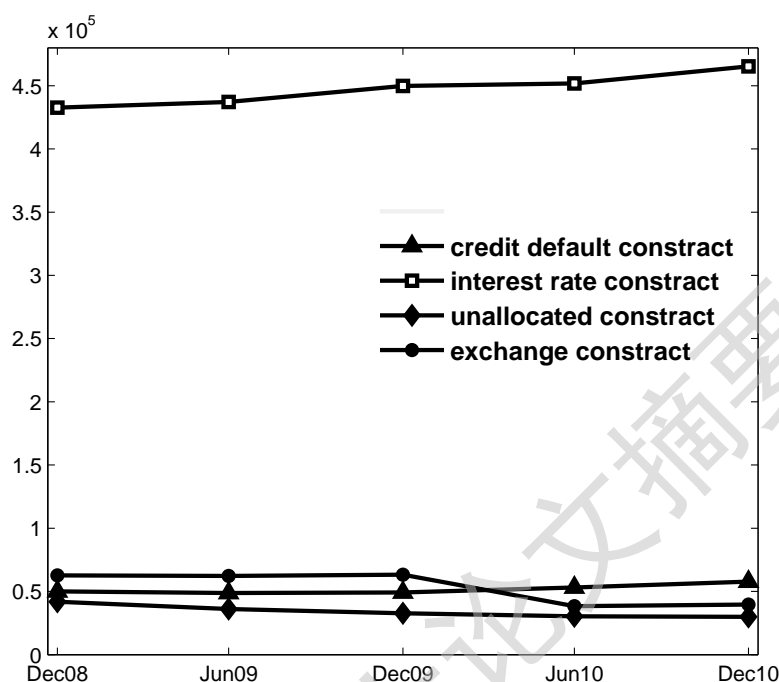
对衍生品市场发展趋势的分析，本文引用了国际清算银行的数据。图1.1和图1.2分别描述了2009年到2011年间全球柜台交易(OTC)衍生性商品的名义交易价值和实际交易价值。根据国际清算银行的估算，利率衍生商品占了一半以上的交易量，其次是汇率衍生品。同时，图1.1和图1.2还说明了近二年来的趋势：

- 合约总头寸的市场不断的增长。
- 次贷危机下，这些合约的总市值却不断的下降。
- 汇率衍生品合约头寸出现下降再上升的情况，但这类合约市值的总体趋势却是下降的。
- 利率衍生品合约头寸虽然有所上升，但这类合约市值的总体趋势却是下降的。
- 从整个市场各类衍生品合约比例来说，利率衍生品占有超过一半的比重。

虽然近年来，信用衍生品快速成长，但是次贷危机发生及随后的债务危机，使它们的上升受阻，利率衍生品和汇率衍生品仍是市场的主力。

结构息票市场是衍生品市场近十几年的发展热点。尽管受次贷危机和债务危机影响，结构息票的市值并没有因此出现大幅度下降，投资者对这类产品的需求还是

图 1.1 柜台交易衍生品的名义头寸(单位:10亿美元)



注：exchange construct是汇率合约价值；interest rate construct是利率合约价值；credit default construct是信用合约价值；unallocated construct是其它类合约的价值。

很强劲，并开始转向固定收益类产品。根据彭博社的数据，2011年全球结构息票市场发行了4400张合约，其总值达到1014.3亿美元，比2010年略有下降。其中，利率连结结构息票(interest rate linked structure notes)的价值达到484亿美元，占52%，信用连结结构息票价值达到377亿美元，占40%。同时，就2010年数据显示，美国市场的结构息票交易量只有494亿美元，还不到全球市场的一半。这说明结构息票市场的全球需求量很大，其中显然包括投资者对跨国衍生品市场的需求。^①

利率连结结构息票主要包括固定阶梯息票(Step up fixed notes)、利率区间息票(Range accrual notes, RANs)，CMS和其他浮动阶梯息票(FRAN step up)。其中，利率区间息票的市场发行量在近几年仅次于固定阶梯息票市场。根据彭博社出版的2011结构息票年报，利率区间息票的相关产品——银行间利率区间息票(Interbank range accrual notes)和数值区间息票(Digital range accruals)的价值分别达到41.71美元和46.41亿美元。^② 由于这类利率衍生品采取的是柜台交易，发行的费用和价格都是

^① 彭博社搜集的结构息票数据是不包含变动赎回本金的息票，其包含利率连结型、信用连结型和通货膨胀型。详见彭博社结构息票2011年报，<http://about.bloomberg.com/pdf/gsn.pdf>。

^② 彭博社2011结构息票年报表明，这两种产品的合同设计和现金流特征符合本文所提出的固定利率区间息票和浮动利率区间息票的模型及内部子模型的特征。其中，银行间利率区间息票就是本文后面所指的浮动利率区间息票，而数值区间息票就是固定利率区间息票内的数值区间期权的组合。另外，利差区间息票(Spread range accrual notes, SRAN)的发行量很少，还不到银行间利率区间息票

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库